

9

2

5

МАТЕМАТИКА

ЕГЭ 2019

Под редакцией
И. В. Яценко

С. А. Шестаков

ЕГЭ
2019

2, 5
Базовый

9
Профильный

ЗНАЧЕНИЯ
ВЫРАЖЕНИЙ

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

ФГОС

МАТЕМАТИКА

С. А. Шестаков

ЕГЭ 2019. Математика
Значения выражений

Задача 9 (профильный уровень)

Задачи 2 и 5 (базовый уровень)

Рабочая тетрадь

Под редакцией И. В. Ященко

Издание соответствует Федеральному государственному
образовательному стандарту (ФГОС)

Москва
Издательство МЦНМО
2019

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Ш51

Шестаков С. А.

Ш51 ЕГЭ 2019. Математика. Значения выражений. Задача 9 (профильный уровень). Задачи 2 и 5 (базовый уровень). Рабочая тетрадь / Под ред. И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2019. — 64 с.

ISBN 978-5-4439-1319-3

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2019. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче Единого государственного экзамена по математике в 2019 году по базовому и профильному уровням. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2019.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровневый подход к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по теме «Значения выражений». Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включён в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.



ISBN 978-5-4439-1319-3

© Шестаков С. А., 2019.
© МЦНМО, 2019.

От редактора серии

Прежде чем вы начнете работать с тетрадями, дадим некоторые пояснения и советы.

Планируется, что в 2019 году у вас будет возможность выбрать уровень экзамена по математике — базовый или профильный. Вариант базового уровня будет состоять из 20 задач, проверяющих освоение Федерального государственного образовательного стандарта на базовом уровне.

Вариант ЕГЭ профильного уровня состоит из двух частей. Первая часть содержит 8 заданий базового уровня сложности по основным темам школьной программы, включая практико-ориентированные задания с кратким ответом. Вторая часть состоит из 11 более сложных заданий по курсу математики средней школы; из них четыре с кратким ответом (задания 9—12) и семь с развернутым ответом (задания 13—19).

Рабочие тетради организованы в соответствии со структурой экзамена и позволяют вам подготовиться к выполнению всех заданий с кратким ответом, выявить и устранить пробелы в своих знаниях.

Профильный уровень предназначен в первую очередь для тех, кому математика требуется при поступлении в вуз. Если вы ориентируетесь на этот уровень, то понимаете, что нужно уметь решать все задания с кратким ответом — ведь на решение такой задачи и вписывание ответа в лист на экзамене уйдет меньше времени, чем на задание с развернутым решением; обидно терять баллы из-за ошибок в относительно простых задачах.

Кроме того, тренировка на простых задачах позволит вам избежать технических ошибок и при решении задач с полным решением.

Работу с тетрадью следует начать с выполнения диагностической работы. Затем рекомендуется прочитать решения задач и сравнить свои решения с решениями, приведёнными в книге. Если какая-то задача или тема вызывает затруднения, следует после повторения материала выполнить тематические тренинги.

Для завершающего контроля готовности к выполнению заданий соответствующей позиции ЕГЭ служат диагностические работы, размещённые в конце тетради.

Работа с серией рабочих тетрадей для подготовки к ЕГЭ по математике позволит выявить и в кратчайшие сроки ликвидировать пробелы в знаниях, но не может заменить систематического изучения математики.

Желаем успеха!

Введение

Это пособие предназначено для подготовки к решению задач по теме «Значения выражений» и, в частности, задачи 9 профильного уровня, а также задач 2 и 5 базового уровня Единого государственного экзамена по математике.

Задание представляет собой задачу на вычисление значения числового или буквенного выражения (в последнем случае — при данном значении переменной). Получение ответа практически в любой задаче ЕГЭ по математике связано с вычислениями, преобразованиями, нахождением значений числовых и буквенных выражений. Умение правильно и достаточно быстро считать, знание алгоритмов решения основных типов задач по теме является существенным фактором успешной сдачи экзамена.

В пособие включены задания, соответствующие всем шести функционально-числовым линиям школьного курса:

- целые числа, степени с натуральным показателем, целые рациональные выражения,
- дроби, степени с целым отрицательным показателем, дробно-рациональные выражения,
- корни, степени с дробным показателем, иррациональные выражения,
- тригонометрические выражения,
- степени с действительным показателем, показательные выражения,
- логарифмы и логарифмические выражения.

Здесь под иррациональным выражением понимается выражение, содержащее переменную под знаком корня n -й степени; под показательным выражением понимается выражение, содержащее переменную в показателе степени некоторого числа. Такое построение пособия позволит, с одной стороны, выявить существующие пробелы и проблемные зоны в подготовке с целью их устранения и выработки устойчивых навыков решения несложных задач на вычисление и преобразование, а с другой — использовать комплексный подход при организации и проведении обобщающего повторения.

Пособие включает 6 диагностических и 12 тренировочных работ (по два варианта), а также разбор задач первой диагностической работы с необходимыми методическими рекомендациями. Каждая диагностическая работа содержит 12 заданий (по два на каждую из шести функционально-числовых линий школьного курса в соответствии с указанным выше порядком). При этом первое из двух заданий каждой пары является заданием на вычисление значения числового выражения, второе — заданием на вычисление значения буквенного выражения при данном значении переменной. Каждая тренировочная работа соответствует одному из заданий диагностической работы и содержит 10 задач для выработки или закрепления навыков решения по каждому типу заданий.

В начале работы с пособием целесообразно выполнить первую диагностическую работу, определить, какие задачи вызывают затруднения, и обратиться при необходи-

мости к разбору задач. После этого нужно потренироваться в решении задач каждого типа, выполнив тренировочные работы. Для завершения подготовки следует обратиться к диагностическим работам 1—5 и постараться решить их без ошибок. Желательно, чтобы время решения любой из диагностических и тренировочных работ не превышало 25—35 минут.

Подчеркнем, что в пособии рассматриваются только задания, в основном отвечающие по уровню сложности заданию 9 ЕГЭ по математике. Умение решать такие задачи является базовым: без него невозможно продвинуться в решении более сложных задач. Часть включенных в пособие задач несколько (но не существенно) сложнее задачи 9 демоверсии: их решение позволит нарастить определенную «математическую мускулатуру» и чувствовать себя на экзамене застрахованным от неприятных неожиданностей.

При подготовке к решению задач Единого государственного экзамена с кратким ответом нужно помнить следующее. Проверка ответов осуществляется компьютером после сканирования бланка ответов и сопоставления результатов сканирования с правильными ответами. Поэтому цифры в бланке ответов следует писать разборчиво и строго в соответствии с инструкцией по заполнению бланка (с тем чтобы, например, 1 и 7 или 8 и В распознавались корректно). К сожалению, ошибки сканирования полностью исключить нельзя, поэтому если есть уверенность в задаче, за которую получен минус, нужно идти на апелляцию. Ответом к задаче может быть только целое число или конечная десятичная дробь. Ответ, зафиксированный в иной форме, будет распознан как неправильный. В этом смысле задание 9 не является исключением: если результатом вычислений явилась обыкновенная дробь, например $\frac{3}{4}$, то перед записью ответа в бланк ее нужно обратить в десятичную, т. е. в ответе написать 0,75. Каждый символ (в том числе запятая и знак «минус») записывается в отдельную клеточку, как это показано на полях пособия.

Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--

4

--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--

6

--	--	--	--	--	--	--	--

7

--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--

9

--	--	--	--	--	--	--	--

10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа

Вариант 1

1. Найдите значение выражения

$$4^6 \cdot 3^8 : 12^5.$$

2. Найдите значение выражения

$$(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2 + 3x - 5 \quad \text{при } x = 100.$$

3. Найдите значение выражения

$$\left(3\frac{1}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 4,8$$

4. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{23} \cdot a^{-8}}{a^{16}} \quad \text{при } a = 0,04.$$

5. Найдите значение выражения

$$\sqrt{109^2 - 60^2}.$$

6. Найдите значение выражения

$$b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2 \quad \text{при } b = 7.$$

7. Найдите значение выражения

$$\frac{22 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}.$$

8. Найдите $\operatorname{tg} \beta$, если $\sin \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ и $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

9. Найдите значение выражения

$$7^{\sqrt{3}} \cdot 7^{2-\sqrt{3}}.$$

10. Найдите значение выражения

$$\frac{g(x-9)}{g(x-11)}, \quad \text{если } g(x) = 8^x.$$

Диагностическая работа

11. Найдите значение выражения

$$11 \cdot 6^{\log_6 2}.$$

12. Найдите значение выражения

$$\log_a(ab^3), \quad \text{если } \log_b a = \frac{1}{7}.$$

Вариант 2

1. Найдите значение выражения

$$6^7 \cdot 5^9 : 30^6.$$

2. Найдите значение выражения

$$(3x - 7)(3x + 7) - 9x^2 + 3x - 1 \quad \text{при } x = 50.$$

3. Найдите значение выражения

$$\left(4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 9,6.$$

4. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{27} \cdot a^{-9}}{a^{19}} \quad \text{при } a = 2,5.$$

5. Найдите значение выражения

$$\sqrt{145^2 - 24^2}.$$

6. Найдите значение выражения

$$b^{\frac{1}{6}} \cdot \left(b^{\frac{11}{12}}\right)^2 \quad \text{при } b = 6.$$

7. Найдите значение выражения

$$\frac{12 \sin 13^\circ \cdot \cos 13^\circ}{\sin 26^\circ}.$$

8. Найдите $\operatorname{tg} \beta$, если $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{17}}$ и $\beta \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

9. Найдите значение выражения

$$3^{\sqrt{5}} \cdot 3^{3-\sqrt{5}}.$$

Ответы:

11

12

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Образец написания:

Ответы:

10

--	--	--	--	--	--	--	--

11

--	--	--	--	--	--	--	--

12

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа

10. Найдите значение выражения

$$\frac{g(x-7)}{g(x-9)}, \quad \text{если } g(x) = 9^x.$$

11. Найдите значение выражения

$$13 \cdot 7^{\log_7 3}.$$

12. Найдите значение выражения

$$\log_a(ab^5), \quad \text{если } \log_b a = \frac{1}{6}.$$

**Действия с целыми числами,
натуральными степенями и целыми
рациональными выражениями.**

**Решения задач 1 и 2
варианта 1 диагностической работы**

Две первые задачи каждой диагностической работы связаны с арифметическими действиями над целыми числами и натуральными степенями. Если какая-то из них решена неправильно или вызвала затруднение, следует повторить по учебнику или справочному пособию следующие темы:

- арифметические действия с целыми числами,
- формулы квадрата суммы и квадрата разности двух чисел:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

- формула разности квадратов двух чисел:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2,$$

- произведение и частное степеней с одинаковыми основаниями:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n},$$

- произведение и частное степеней с одинаковыми показателями:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n, \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n,$$

- возведение степени в степень: $(a^n)^m = a^{nm}$.

Часто в задачниках и на экзаменах встречаются вычислительные примеры, в которых легко запутаться, если не увидеть простой «ключ». Таким ключом иногда являются обычные распределительные свойства:

$$(a + b)c = ac + bc, \quad (a + b) : c = a : c + b : c.$$

Иными словами, если удастся найти общий множитель двух слагаемых, его нужно вынести за скобки. В качестве примера найдем значение выражения $123 \cdot 4567 - 4557 \cdot 123 - 10 \cdot 23$. Вынесем за скобки общий множитель:

$$\begin{aligned} 123(4567 - 4557) - 10 \cdot 23 &= 123 \cdot 10 - 10 \cdot 23 = 10 \cdot (123 - 23) = \\ &= 10 \cdot 100 = 1000. \end{aligned}$$

Как видим, все действия производятся в уме.

Рассмотрим еще один пример, в котором рациональные вычисления позволяют получить ответ буквально за минуту. Найдем значение выражения $201 \cdot 301 - 501$. Данное выражение равно $(200 + 1) \cdot (300 + 1) - 501$. Раскрыв скобки, получим $200 \cdot 300 + 200 + 300 + 1 - 501$. Очевидно, сумма последних четырех слагаемых равна нулю. Поэтому искомое значение равно $200 \cdot 300 = 60\,000$.

Иногда встречаются вычислительные задачи, ключ к решению которых состоит в применении одной или нескольких формул сокращенного умножения. В большинстве случаев числа, используемые в задачах, многозначные. Это сделано для того, чтобы исключить непосредственное вычисление, но именно это позволяет предположить, что способ вычисления не зависит от самих чисел. В таких задачах удобно бывает заменить какое-нибудь число или два числа переменными, затем выполнить упрощения в общем виде и снова перейти к числам. Найдем, например, значение выражения $123456^2 - 123455 \cdot 123457$. Заметим, что числа 123455 и 123457 отличаются на единицу от числа 123456. Это наводит на мысль заменить 123456 на a . Тогда $123455 = a - 1$, $123457 = a + 1$. Получаем выражение $a^2 - (a - 1)(a + 1)$. Применим формулу разности квадратов:

$$a^2 - (a^2 - 1) = a^2 - a^2 + 1 = 1.$$

Ответ 1 не зависит от значения a , поэтому в данном случае даже не придется делать обратную замену.

При решении задач на действия со степенями обычно достаточно применить одну из двух следующих «инструкций»:

— привести степени к одному основанию (в этом случае основания степеней сами должны быть степенями некоторого числа),

— привести степени к одному показателю (в этом случае основания степеней обычно являются равными или отличающимися на несколько единиц числами).

1. Найдите значение выражения

$$4^6 \cdot 3^8 : 12^5.$$

Решение. Приведем две первые степени к одному показателю: $4^6 \cdot 3^8 = 4^6 \cdot 3^6 \cdot 3^2 = (4 \cdot 3)^6 \cdot 3^2 = 12^6 \cdot 9$. Разделив полу-

Решения задач 1 и 2 диагностической работы

ченное выражение на 12^5 , получим

$$\frac{12^6 \cdot 9}{12^5} = 12^{6-5} \cdot 9 = 12 \cdot 9 = 108.$$

Ответ: 108.

2. Найдите значение выражения

$$(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2 + 3x - 5$$

при $x = 100$.

Решение. Сначала упростим данное выражение, применив формулу разности квадратов и приведя подобные слагаемые:

$$\begin{aligned}(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2 + 3x - 5 &= 4x^2 - 25 - 4x^2 + 3x - 5 = \\ &= 3x - 30.\end{aligned}$$

При $x = 100$ искомое значение равно $3 \cdot 100 - 30 = 270$.

Ответ: 270.

Ответы:

T1.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T1.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 1

Вариант 1

T1.1. Найдите значение выражения

$$577 \cdot 999 + 577.$$

T1.2. Найдите значение выражения

$$456 \cdot 79 - 79 \cdot 556.$$

T1.3. Найдите значение выражения

$$(447^2 - 453^2) : 900.$$

T1.4. Найдите значение выражения

$$10^{41} \cdot 10^{44} : 10^{82}.$$

T1.5. Найдите значение выражения

$$7^{11} : 7^{49} \cdot 7^{40}.$$

T1.6. Найдите значение выражения

$$(5^3)^{14} : 5^{40}.$$

T1.7. Найдите значение выражения

$$6^6 \cdot 5^5 : 30^4.$$

T1.8. Найдите значение выражения

$$4^{41} : 12^{40} \cdot 3^{42}.$$

T1.9. Найдите значение выражения

$$35^{10} : 7^9 : 5^{10}.$$

T1.10. Найдите значение выражения

$$2^{26} : 3^{11} : 2^{24} \cdot 3^{13}.$$

Вариант 2

T1.1. Найдите значение выражения

$$987 \cdot 999 + 987.$$

T1.2. Найдите значение выражения

$$468 \cdot 67 - 67 \cdot 568.$$

T1.3. Найдите значение выражения

$$(346^2 - 354^2) : 700.$$

T1.4. Найдите значение выражения

$$10^{31} \cdot 10^{34} : 10^{62}.$$

T1.5. Найдите значение выражения

$$6^{13} : 6^{61} \cdot 6^{50}.$$

T1.6. Найдите значение выражения

$$(7^4)^{13} : 7^{50}.$$

T1.7. Найдите значение выражения

$$7^7 \cdot 5^6 : 35^5.$$

T1.8. Найдите значение выражения

$$3^{51} : 15^{50} \cdot 5^{52}.$$

T1.9. Найдите значение выражения

$$36^{15} : 9^{14} : 4^{15}.$$

T1.10. Найдите значение выражения

$$4^{27} : 5^{12} : 4^{25} \cdot 5^{14}.$$

Ответы:

T1.1

T1.2

T1.3

T1.4

T1.5

T1.6

T1.7

T1.8

T1.9

T1.10

Образец написания:

Ответы:

T2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 2

Вариант 1

T2.1. Найдите значение выражения

$$(2x - 7)^2 - 4x^2 - 50 \quad \text{при } x = 100.$$

T2.2. Найдите значение выражения

$$(5m + 3)^2 - 25m^2 - 29m + 1 \quad \text{при } m = 123.$$

T2.3. Найдите значение выражения

$$(6c - 5)(6c + 5) - (6c - 5)^2 \quad \text{при } c = 11.$$

T2.4. Найдите значение выражения

$$(5d - 1)(5d + 1) - (5d + 1)^2 \quad \text{при } d = 110.$$

T2.5. Найдите значение выражения

$$(5b + 11)^2 - (5b - 11)^2 \quad \text{при } b = 100.$$

T2.6. Найдите значение выражения

$$b^2 : b^7 \cdot b^4 \quad \text{при } b = 0,1.$$

T2.7. Найдите значение выражения

$$(2a^2)^3 : (2a^5) \quad \text{при } a = 125.$$

T2.8. Найдите значение выражения

$$(2m^7)^2 : (2m^5)^3 \quad \text{при } m = 5.$$

T2.9. Найдите значение выражения

$$(3b)^3 : b^8 \cdot b^6 \quad \text{при } b = 5.$$

T2.10. Найдите значение выражения

$$5x \cdot (5x^8)^3 : (5x^6)^4 \quad \text{при } x = 79.$$

Тренировочная работа 2

Вариант 2

T2.1. Найдите значение выражения

$$(7x - 2)^2 - 49x^2 - 3 \quad \text{при } x = 100.$$

T2.2. Найдите значение выражения

$$(6m + 5)^2 - 36m^2 - 59m + 5 \quad \text{при } m = 321.$$

T2.3. Найдите значение выражения

$$(5c - 6)(5c + 6) - (5c - 6)^2 \quad \text{при } c = 13.$$

T2.4. Найдите значение выражения

$$(4d - 3)(4d + 3) - (4d + 3)^2 \quad \text{при } d = 50.$$

T2.5. Найдите значение выражения

$$(50b + 9)^2 - (50b - 9)^2 \quad \text{при } b = 50.$$

T2.6. Найдите значение выражения

$$b^3 : b^9 \cdot b^5 \quad \text{при } b = 0,2.$$

T2.7. Найдите значение выражения

$$(3a^3)^3 : (3a^8) \quad \text{при } a = 110.$$

T2.8. Найдите значение выражения

$$(2m^6)^4 : (2m^5)^5 \quad \text{при } m = 50.$$

T2.9. Найдите значение выражения

$$(2b)^4 : b^{10} \cdot b^7 \quad \text{при } b = 6.$$

T2.10. Найдите значение выражения

$$7x \cdot (7x^{12})^3 : (7x^9)^4 \quad \text{при } x = 97.$$

Ответы:

T2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T2.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Действия с дробями, целыми степенями и дробно-рациональными выражениями.

Решения задач 3 и 4 варианта 1 диагностической работы

Третья и четвертая задачи каждой диагностической работы связаны с арифметическими действиями над дробями, целыми степенями и дробно-рациональными выражениями. Если какая-то из них решена неправильно или вызвала затруднение, следует повторить по учебнику или справочному пособию следующие темы:

- правильные и неправильные дроби,
- основное свойство дроби,
- сокращение дробей,
- приведение дробей к общему знаменателю (числителю),
- наименьший общий знаменатель нескольких дробей,
- сравнение дробей,
- арифметические действия с обыкновенными дробями,
- нахождение дроби от числа и числа по дроби,
- арифметические действия с рациональными числами,
- арифметические действия с конечными десятичными дробями,
- произведение и частное степеней с одинаковыми основаниями:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n},$$

- произведение и частное степеней с одинаковыми показателями:

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n, \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n,$$

- возведение степени в степень: $(a^n)^m = a^{nm}$.

Часто при решении задач на дроби возникает необходимость выполнить сложение и вычитание дробей, числители которых равны единице. Очевидное равенство

$$\frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} \pm \frac{a}{ab} = \frac{b \pm a}{ab}$$

позволяет выполнять подобные вычисления в уме. Например, сложим $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$. Числитель суммы равен сумме чисел 3 и 5, а знаменатель — произведению этих чисел. Получаем $\frac{3+5}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$. Аналогичное правило справедливо и при вычитании таких дробей: $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{7 \cdot 9} = \frac{2}{63}$. Описанный прием эф-

фективен и в том случае, когда знаменатели слагаемых — не взаимно простые числа. Но в этом случае полученная дробь нуждается в сокращении: $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{14}{48} = \frac{7}{24}$.

При преобразованиях сумм, в которых участвуют степени некоторого числа, бывает удобно вынести за скобки степень с наименьшим показателем. Найдем, например, значение выражения $\frac{5 + 11 \cdot 5^{-2} - 3}{1 + 2 \cdot 8^{-1} - 19 \cdot 8^{-2}}$. В числителе степень с наименьшим показателем — это 5^{-2} , а 8^{-2} — степень с наименьшим показателем в знаменателе. Вынесем эти степени за скобки: $\frac{5^{-2}(5^3 + 11 - 3 \cdot 5^2)}{8^{-2}(8^2 + 2 \cdot 8 - 19)} = \frac{5^{-2}(125 + 11 - 75)}{8^{-2}(64 + 16 - 19)}$. Выполнив действия с целыми числами, получим $\frac{5^{-2} \cdot 61}{8^{-2} \cdot 61} = \frac{5^{-2}}{8^{-2}} = \left(\frac{8}{5}\right)^2 = 2,56$.

Решение задач на преобразование выражений предполагает, как правило, последовательное упрощение данных выражений. При этом используются свойства степеней и формулы сокращенного умножения. Упрощение выражений обычно сводится к приведению подобных слагаемых и сокращению дробей после некоторых предварительных действий, важнейшим из которых является разложение на множители. Последнее, в свою очередь, заключается в выполнении одной или нескольких из следующих четырех «инструкций».

I. «Сгруппируй слагаемые»

В качестве примера упростим при допустимых значениях переменных выражение $\frac{13xy - 2ab - 7yx + 3ab}{6xy + ab}$, выполнив необходимую группировку в числителе дроби:

$$13xy - 2ab - 7yx + 3ab = (13xy - 7yx) + (3ab - 2ab) = 6xy + ab.$$

$$\text{Значит, } \frac{13xy - 2ab - 7yx + 3ab}{6xy + ab} = \frac{6xy + ab}{6xy + ab} = 1.$$

II. «Вынеси за скобки»

Сократим, например, дробь $\frac{3xy - 7xz}{3y - 7z}$, вынеся за скобки общий множитель:

$$\frac{3xy - 7xz}{3y - 7z} = \frac{x(3y - 7z)}{3y - 7z} = x.$$

III. «Примени формулу»

Рассмотрим еще один пример на сокращение дроби

$$\frac{9y^4 - 4x^2}{2x + 3y^2}.$$

Для его решения разложим числитель на множители, применив формулу разности квадратов:

$$\frac{9y^4 - 4x^2}{2x + 3y^2} = \frac{(3y^2 + 2x)(3y^2 - 2x)}{2x + 3y^2} = 3y^2 - 2x.$$

IV. «Добавь и вычти»

Для сокращения дроби $\frac{4a^4 + 1}{2a^2 - 2a + 1}$ выделим в числителе полный квадрат:

$$\begin{aligned} \frac{4a^4 + 1}{2a^2 - 2a + 1} &= \frac{4a^4 + 4a^2 + 1 - 4a^2}{2a^2 - 2a + 1} = \frac{(2a^2 + 1)^2 - (2a)^2}{2a^2 - 2a + 1} = \\ &= \frac{(2a^2 + 1 - 2a)(2a^2 + 1 + 2a)}{2a^2 - 2a + 1} = 2a^2 + 2a + 1. \end{aligned}$$

Последний пример уже превосходит по уровню сложности задачу 10, но прием, использованный при его решении, может оказаться полезным для решения заданий части С.

3. Найдите значение выражения

$$\left(3\frac{1}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 4,8.$$

Решение. Обратим все дроби в неправильные обыкновенные дроби: $\left(3\frac{1}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 4,8 = \left(\frac{25}{8} - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{24}{5}$ и раскроем скобки (в данном случае это наиболее рациональный способ):

$$\left(\frac{25}{8} - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{24}{5} = \frac{25}{8} \cdot \frac{24}{5} - \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{5} = 5 \cdot 3 - 8 = 7.$$

Ответ: 7.

4. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{23} \cdot a^{-8}}{a^{16}} \quad \text{при } a = 0,04.$$

Решение. Воспользуемся свойствами степеней с одинаковым основанием: $\frac{a^{23} \cdot a^{-8}}{a^{16}} = a^{23+(-8)-16} = a^{-1} = \frac{1}{a}$. Поскольку $a = 0,04 = \frac{1}{25}$, искомое значение равно $1 : \frac{1}{25} = 25$.

Ответ: 25.

Тренировочная работа 3

Вариант 1

Т3.1. Найдите значение выражения

$$0,23 \cdot 99 + 0,23.$$

Т3.2. Найдите значение выражения

$$\frac{42^2 - (0,42)^2}{42,42}.$$

Т3.3. Найдите значение выражения

$$0,76 \cdot 53 + 7,6 \cdot 4,7.$$

Т3.4. Найдите значение выражения

$$14,32 \cdot 79 - 14,32 \cdot 179.$$

Т3.5. Найдите значение выражения

$$5\frac{5}{6} : \frac{5}{6}.$$

Т3.6. Найдите значение выражения

$$3\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3}.$$

Т3.7. Найдите значение выражения

$$\left(2\frac{6}{7} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 5\frac{1}{4}.$$

Т3.8. Найдите значение выражения

$$\left(5\frac{1}{3} - 3,5\right) : \frac{11}{12}.$$

Т3.9. Найдите значение выражения

$$7^{-10} : 49^{17} \cdot 7^{46}.$$

Т3.10. Найдите значение выражения

$$3^{-15} : 48^{-17} \cdot 16^{-16}.$$

Ответы:

Т3.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Т3.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т3.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 3

Вариант 2

Т3.1. Найдите значение выражения

$$0,34 \cdot 99 + 0,34.$$

Т3.2. Найдите значение выражения

$$\frac{24^2 - (0,24)^2}{24,24}.$$

Т3.3. Найдите значение выражения

$$0,67 \cdot 49 + 6,7 \cdot 5,1.$$

Т3.4. Найдите значение выражения

$$15,34 \cdot 68 - 15,34 \cdot 168.$$

Т3.5. Найдите значение выражения

$$6\frac{6}{7} : \frac{6}{7}.$$

Т3.6. Найдите значение выражения

$$7\frac{7}{9} \cdot \frac{9}{7}.$$

Т3.7. Найдите значение выражения

$$\left(3\frac{3}{7} - 2\frac{2}{3}\right) \cdot 2\frac{5}{8}.$$

Т3.8. Найдите значение выражения

$$\left(4\frac{2}{3} - 0,6\right) : 1\frac{16}{45}.$$

Т3.9. Найдите значение выражения

$$6^{-11} : 36^{18} \cdot 6^{49}.$$

Т3.10. Найдите значение выражения

$$4^{-13} : 56^{-15} \cdot 14^{-14}.$$

Тренировочная работа 4

Вариант 1

Т4.1. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{46} \cdot a^{-16}}{a^{32}} \quad \text{при } a = 2.$$

Т4.2. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{10} \cdot a^{-29}}{a^{-17}} \quad \text{при } a = 0,2.$$

Т4.3. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{-23} \cdot a^{-38}}{a^{-60}} \quad \text{при } a = 0,01.$$

Т4.4. Найдите значение выражения

$$\frac{2a+9b}{a+2b}, \quad \text{если } \frac{a}{b} = 3.$$

Т4.5. Найдите значение выражения

$$a(a^2 - 64) \left(\frac{1}{a+8} - \frac{1}{a-8} \right) \quad \text{при } a = 0,4.$$

Т4.6. Найдите значение выражения

$$(25b^2 - 9) \left(\frac{1}{5b-3} - \frac{1}{5b+3} \right) + b - 5 \quad \text{при } b = 23,4.$$

Т4.7. Найдите значение выражения

$$2a + \frac{a^{13} \cdot a^{-14}}{a^{15} \cdot a^{-16}} \quad \text{при } a = 90.$$

Т4.8. Найдите значение выражения

$$\frac{3a+4b}{2a+b}, \quad \text{если } \frac{a}{a+b} = \frac{2}{3}.$$

Т4.9. Найдите значение выражения

$$(36a^2 - 1) \left(\frac{a-1}{6a+1} - \frac{a+1}{6a-1} \right) \quad \text{при } a = 100.$$

Т4.10. Найдите значение выражения

$$(b^2 - 49) \left(\frac{b+1}{b-7} - \frac{b-1}{b+7} \right) - 15b + 7 \quad \text{при } b = 123.$$

Ответы:

Т4.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т4.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T4.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T4.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 4

Вариант 2

T4.1. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{46} \cdot a^{-14}}{a^{34}} \quad \text{при } a = 5.$$

T4.2. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{12} \cdot a^{-29}}{a^{-15}} \quad \text{при } a = 0,1.$$

T4.3. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{-26} \cdot a^{-37}}{a^{-62}} \quad \text{при } a = 0,02.$$

T4.4. Найдите значение выражения

$$\frac{3a + 8b}{a + 6b}, \quad \text{если } \frac{a}{b} = 4.$$

T4.5. Найдите значение выражения

$$a(a^2 - 36) \left(\frac{1}{a+6} - \frac{1}{a-6} \right) \quad \text{при } a = 0,6.$$

T4.6. Найдите значение выражения

$$(49b^2 - 4) \left(\frac{1}{7b-2} - \frac{1}{7b+2} \right) + b - 3 \quad \text{при } b = 43,2.$$

T4.7. Найдите значение выражения

$$3a + \frac{a^{17} \cdot a^{-18}}{a^{19} \cdot a^{-20}} \quad \text{при } a = 70.$$

T4.8. Найдите значение выражения

$$\frac{7a + 3b}{3a - b}, \quad \text{если } \frac{a}{a+b} = \frac{3}{4}.$$

T4.9. Найдите значение выражения

$$(49a^2 - 4) \left(\frac{a-2}{7a+2} - \frac{a+2}{7a-2} \right) \quad \text{при } a = 10.$$

T4.10. Найдите значение выражения

$$(b^2 - 36) \left(\frac{b+2}{b-6} - \frac{b-2}{b+6} \right) - 14b + 8 \quad \text{при } b = 321.$$

Действия с корнями, дробными степенями и иррациональными выражениями.

Решения задач 5 и 6 варианта 1 диагностической работы

Пятая и шестая задачи каждой диагностической работы связаны с действиями над корнями, дробными степенями и иррациональными выражениями. Напомним основные определения и свойства корней и степеней с дробным (рациональным) показателем.

Корнем n -й степени из числа a называется такое число, n -я степень которого равна a . Арифметическим корнем n -й степени из числа a называется такое неотрицательное число, n -я степень которого равна a . Обозначение: $\sqrt[n]{a}$. Знак $\sqrt{}$ называется радикалом, n — показатель корня, a — подкоренное выражение, $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$ — квадратный корень, $\sqrt[3]{a}$ — кубический корень. Краткое определение арифметического корня можно записать так:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow \begin{cases} b^n = a, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

Основные свойства арифметического корня

Для натурального $n \geq 2$ и $a \geq 0$, $b \geq 0$ выполняются равенства

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{ab} &= \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \\ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0); \\ \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} &= \sqrt[nk]{a} \quad (k \in \mathbb{N}); \\ \sqrt[n]{a^k} &= \sqrt[nk]{a^k} \quad (k \in \mathbb{N}); \\ \sqrt[n]{a^k} &= (\sqrt[n]{a})^k \quad (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0). \end{aligned}$$

Степень с рациональным показателем является обобщением представления степени

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

с натуральным показателем, только вместо n показателем степени может быть рациональное число. Следует помнить,

3. Иррациональные выражения

что обобщение распространяется только на положительные основания $a > 0$. *Рациональный показатель степени* — рациональное число вида $\frac{m}{n}$, где целое число m характеризует степень, а натуральное n является показателем радикала: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Обратите внимание на то, что степень с рациональным показателем определена для положительных чисел (в случае её неотрицательности — еще и для нуля). В самом деле, почему бы не считать, что $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(-8)^1} = \sqrt[3]{-8} = -2$? Ответ на этот вопрос довольно прост: если согласиться с этим равенством, то легко получить противоречие. Действительно, в соответствии с подобной «логикой» получим, что $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$. Итак, следует запомнить: *степень с рациональным показателем определяется только для положительных чисел.*

2. Если перед множителем стоит отрицательное число, то знак «минус» под корень не вносится, а остается перед корнем. При преобразовании числовых выражений проблем обычно нет: $-3\sqrt{5} = -\sqrt{3^2 \cdot 5} = -\sqrt{45}$, а вот при преобразовании буквенных встречаются ошибки. Так, например, если a отрицательно, то $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$.

5. Найдите значение выражения

$$\sqrt{109^2 - 60^2}.$$

Решение. Воспользуемся формулой разности квадратов:

$$\sqrt{109^2 - 60^2} = \sqrt{(109 - 60)(109 + 60)} = \sqrt{49 \cdot 169} = 7 \cdot 13 = 91.$$

Ответ: 91.

6. Найдите значение выражения

$$b^{\frac{1}{5}} \cdot (b^{\frac{9}{10}})^2 \quad \text{при } b = 7.$$

Решение. Сначала упростим данное выражение, воспользовавшись свойствами степени с рациональным показателем:

$$b^{\frac{1}{5}} \cdot (b^{\frac{9}{10}})^2 = b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{9}{10} \cdot 2} = b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{9}{5}} = b^{\frac{1}{5} + \frac{9}{5}} = b^{\frac{10}{5}} = b^2.$$

Значит, искомое значение равно $7^2 = 49$.

Ответ: 49.

Тренировочная работа 5

Вариант 1

T5.1. Найдите значение выражения

$$\sqrt{104^2 - 40^2}.$$

T5.2. Найдите значение выражения

$$(5 - 3\sqrt{2})(5 + 3\sqrt{2}).$$

T5.3. Найдите значение выражения

$$\frac{(9\sqrt{10})^2}{90}.$$

T5.4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{3,4} \cdot \sqrt{11,9}}{\sqrt{0,14}}.$$

T5.5. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[3]{184}}{2\sqrt[3]{23}}.$$

T5.6. Найдите значение выражения

$$\sqrt[3]{0,36 \cdot 0,6}.$$

T5.7. Найдите значение выражения

$$\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[6]{16}.$$

T5.8. Найдите значение выражения

$$6^{0,66} \cdot 36^{0,17}.$$

T5.9. Найдите значение выражения

$$3^{\frac{4}{7}} \cdot 9^{\frac{3}{14}}.$$

T5.10. Найдите значение выражения

$$1,75^{\frac{1}{9}} \cdot 4^{\frac{2}{9}} \cdot 28^{\frac{8}{9}}.$$

Ответы:

T5.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T5.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T5.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T5.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 5

Вариант 2

T5.1. Найдите значение выражения

$$\sqrt{116^2 - 80^2}.$$

T5.2. Найдите значение выражения

$$(6 - 2\sqrt{3})(6 + 2\sqrt{3}).$$

T5.3. Найдите значение выражения

$$\frac{(7\sqrt{10})^2}{70}.$$

T5.4. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}.$$

T5.5. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[3]{152}}{4\sqrt[3]{19}}.$$

T5.6. Найдите значение выражения

$$\sqrt[3]{0,49 \cdot 0,7}.$$

T5.7. Найдите значение выражения

$$\sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[6]{36}.$$

T5.8. Найдите значение выражения

$$7^{0,62} \cdot 49^{0,19}.$$

T5.9. Найдите значение выражения

$$6^{\frac{5}{8}} \cdot 36^{\frac{3}{16}}.$$

T5.10. Найдите значение выражения

$$2,25^{\frac{1}{7}} \cdot 4^{\frac{2}{7}} \cdot 36^{\frac{6}{7}}.$$

Тренировочная работа 6

Вариант 1

Т6.1. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{4,4}}{a^{2,4}} \quad \text{при } a = 5.$$

Т6.2. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{3,7} \cdot a^{2,4}}{a^{4,1}} \quad \text{при } a = 3.$$

Т6.3. Найдите значение выражения

$$b^{\frac{1}{4}} \cdot \left(b^{\frac{7}{8}}\right)^2 \quad \text{при } b = 6.$$

Т6.4. Найдите значение выражения

$$\frac{\left(b^{\frac{7}{12}}\right)^2}{b^{\frac{1}{6}}} \quad \text{при } b = 16.$$

Т6.5. Найдите значение выражения

$$2\left(d^{\frac{1}{11}}\right)^{22} + 7d^2 \quad \text{при } d = 2.$$

Т6.6. Найдите значение выражения

$$b^{1,4} \left(b^{0,3}\right)^2 \quad \text{при } b = 9.$$

Т6.7. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}}{a \sqrt{a}} \quad \text{при } a = 0,2.$$

Т6.8. Найдите значение выражения

$$\frac{b^2 \cdot \sqrt[6]{b}}{\sqrt[10]{b} \cdot \sqrt[15]{b}} \quad \text{при } b = 6.$$

Т6.9. Найдите значение выражения

$$\frac{5\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} - \frac{4\sqrt{x}}{x} + 2x - 5 \quad \text{при } x = 7.$$

Т6.10. Найдите значение выражения

$$\frac{b^3 \cdot \sqrt[5]{b^2}}{b^{\frac{6}{5}} \cdot (b^{1,6})^2} \quad \text{при } b = \frac{5}{7}.$$

Ответы:

Т6.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т6.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T6.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T6.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 6

Вариант 2

T6.1. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{5,6}}{a^{3,6}} \quad \text{при } a = 6.$$

T6.2. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{4,8} \cdot a^{3,6}}{a^{6,4}} \quad \text{при } a = 4.$$

T6.3. Найдите значение выражения

$$b^{\frac{2}{7}} \cdot (b^{\frac{6}{7}})^2 \quad \text{при } b = 7.$$

T6.4. Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\frac{9}{16}})^2}{b^{\frac{1}{8}}} \quad \text{при } b = 12.$$

T6.5. Найдите значение выражения

$$3(d^{\frac{1}{13}})^{26} + 4d^2 \quad \text{при } d = 3.$$

T6.6. Найдите значение выражения

$$b^{1,2} (b^{0,4})^2 \quad \text{при } b = 11.$$

T6.7. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a}}{a \sqrt[3]{a}} \quad \text{при } a = 0,1.$$

T6.8. Найдите значение выражения

$$\frac{b^3 \cdot \sqrt[12]{b}}{\sqrt[21]{b} \cdot \sqrt[28]{b}} \quad \text{при } b = 4.$$

T6.9. Найдите значение выражения

$$\frac{6\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 6 \quad \text{при } x = 6.$$

T6.10. Найдите значение выражения

$$\frac{b^5 \cdot \sqrt[5]{b}}{b^{\frac{7}{5}} \cdot (b^{2,9})^2} \quad \text{при } b = \frac{2}{3}.$$

Тригонометрические выражения. Решения задач 7 и 8 варианта 1 диагностической работы

Седьмое и восьмое задания диагностических работ — задачи на преобразование тригонометрических выражений. И хотя тригонометрических формул довольно много, для решения этих задач достаточно помнить лишь табличные значения тригонометрических функций и основные формулы (удвоенного аргумента, синуса и косинуса суммы или разности двух чисел). Преобладающим типом задач (в том числе и значительно более сложных по сравнению с рассматриваемыми) на действия с тригонометрическими выражениями являются задачи на упрощение числовых и буквенных выражений и вычисление их значений. При этом во многих случаях достаточно применить одну или несколько из следующих «инструкций»:

- «используй табличные значения»,
- «используй периодичность»,
- «приведи к углу первой или второй четверти»,
- «определи знак»,
- «представь единицу в виде суммы квадратов синуса и косинуса»,
- «преобразуй в сумму»,
- «используй формулы удвоенного аргумента»,
- «понижь степень»,
- «преобразуй в произведение».

Любую задачу на вычисление значений тригонометрических функций произвольного аргумента x можно свести к задаче на вычисление значений тригонометрических функций острых углов. При этом можно использовать следующий алгоритм.

Если число x больше $2\pi n$, но меньше $2\pi(n+1)$ (n — целое число), то рассматриваем число $\alpha = x - 2\pi n$ и отмечаем на единичной окружности точку P_α .

Координаты точки P_α равны по определению $\cos \alpha$ и $\sin \alpha$ и (по свойствам периодичности тригонометрических функций) совпадают соответственно с $\cos x$ и $\sin x$.

Если точка P_α лежит во II четверти, то строим точку, симметричную ей относительно оси ординат. Если точка P_α лежит

в IV четверти, то строим точку, симметричную ей относительно оси абсцисс. Если точка P_α лежит в III четверти, то строим точку, симметричную ей относительно начала координат.

Полученная при симметрии точка будет лежать в I четверти.

Отмечаем координаты полученной точки и, пользуясь признаками равенства прямоугольных треугольников, находим синус и косинус числа x с учетом знака.

Одним из наиболее распространенных типов несложных задач по тригонометрии является вычисление значений тригонометрических функций по значению одной из них. При решении задач этого типа обычно используется основное тригонометрическое тождество $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ и его следствия:

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

7. Найдите значение выражения

$$\frac{22 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}.$$

Решение. Упростим выражение в числителе данной дроби, применив формулу синуса удвоенного аргумента:

$$22 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ = 11(2 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ) = 11 \sin 22^\circ.$$

Найдем искомое значение: $\frac{22 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{11 \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 11$.

Ответ: 11.

8. Найдите $\operatorname{tg} \beta$, если $\sin \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ и $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Решение. Найдем сначала $\cos \beta$. Из условия $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ следует, что β — угол второй четверти, поэтому $\cos \beta < 0$. Из основного тригонометрического тождества получим

$$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2 = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}.$$

Поскольку $\cos \beta < 0$, получаем, что $\cos \beta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$, а

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{3}{\sqrt{10}} : \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = -3.$$

Ответ: -3.

Тренировочная работа 7

Вариант 1

T7.1. Найдите значение выражения

$$12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ.$$

T7.2. Найдите значение выражения

$$6\sqrt{6} \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{6}.$$

T7.3. Найдите значение выражения

$$8 \operatorname{tg} 135^\circ \cdot \cos(-300^\circ).$$

T7.4. Найдите значение выражения

$$8 \operatorname{tg} \frac{7\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{11\pi}{6}.$$

T7.5. Найдите значение выражения

$$8 \operatorname{tg} 150^\circ \cdot \sin(-300^\circ) \cdot \cos 720^\circ.$$

T7.6. Найдите значение выражения

$$\frac{44 \sin 44^\circ \cdot \cos 44^\circ}{\sin 88^\circ}.$$

T7.7. Найдите значение выражения

$$\frac{6 \cos 43^\circ}{\sin(-47^\circ)}.$$

T7.8. Найдите значение выражения

$$12 \cos(-300^\circ).$$

T7.9. Найдите значение выражения

$$\frac{14 \sin 88^\circ}{\sin 44^\circ \cdot \sin 46^\circ}.$$

T7.10. Найдите значение выражения

$$\frac{\cos^2 44^\circ + \cos^2 46^\circ}{2}.$$

Ответы:

T7.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

T7.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T7.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 7

Вариант 2

T7.1. Найдите значение выражения

$$16 \sin 120^\circ \cdot \cos 150^\circ.$$

T7.2. Найдите значение выражения

$$4\sqrt{6} \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \sin \frac{4\pi}{3}.$$

T7.3. Найдите значение выражения

$$6 \operatorname{tg} 225^\circ \cdot \sin(-390^\circ).$$

T7.4. Найдите значение выражения

$$4 \operatorname{tg} \frac{10\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{17\pi}{6}.$$

T7.5. Найдите значение выражения

$$6 \operatorname{tg} 210^\circ \cdot \cos(-330^\circ) \cdot \sin 630^\circ.$$

T7.6. Найдите значение выражения

$$\frac{35 \sin 35^\circ \cdot \cos 35^\circ}{\sin 70^\circ}.$$

T7.7. Найдите значение выражения

$$\frac{8 \cos 44^\circ}{\sin(-46^\circ)}.$$

T7.8. Найдите значение выражения

$$4 \sin(-750^\circ).$$

T7.9. Найдите значение выражения

$$\frac{12 \sin 66^\circ}{\cos 33^\circ \cdot \cos 57^\circ}.$$

T7.10. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin^2 41^\circ + \sin^2 49^\circ}{4}.$$

Тренировочная работа 8

Вариант 1

T8.1. Найдите $26 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

T8.2. Найдите $13 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

T8.3. Найдите $34 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{15}{17}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

T8.4. Найдите $50 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{24}{25}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

T8.5. Найдите значение выражения $4 + 5 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

T8.6. Найдите $10 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos \alpha = -0,8$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

T8.7. Найдите значение выражения $6 \sin^2 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$.

T8.8. Найдите значение выражения $12 \cos^2 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5}$.

T8.9. Найдите $6 \cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

T8.10. Найдите $26 \sin \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2,4$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Ответы:

T8.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Тренировочная работа 8

Вариант 2

T8.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.10

--	--	--	--	--	--	--	--

T8.1. Найдите $39 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

T8.2. Найдите $29 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{21}{29}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

T8.3. Найдите $17 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

T8.4. Найдите $100 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

T8.5. Найдите значение выражения $5 + 6 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{6}}$.

T8.6. Найдите $6 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,6$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

T8.7. Найдите значение выражения $4 \cos^2 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$.

T8.8. Найдите значение выражения $7 \sin^2 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{6}$.

T8.9. Найдите $10 \cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{6}$ и $3\pi < \alpha < \frac{7\pi}{2}$.

T8.10. $8 \sin \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$ и $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$.

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Действия с действительными степенями
и показательными выражениями.
Решения задач 9 и 10
варианта 1 диагностической работы**

Девятое и десятое задания диагностических работ — задачи на преобразование выражений с действительными (иррациональными) степенями и показательных выражений (как уже отмечалось, под показательным выражением понимается выражение, содержащее переменную в показателе степени некоторого числа), а также на вычисление значений последних при заданном значении переменной.

9. Найдите значение выражения

$$7^{\sqrt{3}} \cdot 7^{2-\sqrt{3}}.$$

Решение. По свойствам степеней

$$7^{\sqrt{3}} \cdot 7^{2-\sqrt{3}} = 7^{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}} = 7^2 = 49.$$

Ответ: 49.

10. Найдите значение выражения

$$\frac{g(x-9)}{g(x-11)},$$

если $g(x) = 8^x$.

Решение. Выполним подстановку и воспользуемся свойствами степеней: $\frac{g(x-9)}{g(x-11)} = \frac{8^{x-9}}{8^{x-11}} = 8^{x-9-(x-11)} = 8^2 = 64$.

Ответ: 64.

Ответы:

Т9.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Т9.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 9

Вариант 1

Т9.1. Найдите значение выражения

$$6^{\sqrt{6}} \cdot 6^{2-\sqrt{6}}.$$

Т9.2. Найдите значение выражения

$$(5^{\sqrt{2}})^{-\sqrt{2}}.$$

Т9.3. Найдите значение выражения

$$\frac{6^{\sqrt{7}}}{6^{\sqrt{7}-1}}.$$

Т9.4. Найдите значение выражения

$$\frac{2^{\sqrt{5}} \cdot 5^{\sqrt{5}}}{10^{\sqrt{5}-2}}.$$

Т9.5. Найдите значение выражения

$$(7^{\sqrt{38}-6})^{\sqrt{38}+6}.$$

Т9.6. Найдите значение выражения

$$(16^{\frac{\sqrt{7}}{2}})^{\frac{2}{\sqrt{7}}}.$$

Т9.7. Найдите значение выражения

$$(9^{\frac{\sqrt{5}}{3}})^{\frac{3}{2\sqrt{5}}}.$$

Т9.8. Найдите значение выражения

$$\frac{11^{\sqrt{11}+1}}{11^{\sqrt{11}-1}}.$$

Т9.9. Найдите значение выражения

$$2^{2-\sqrt{10}} \cdot 2^{2+\sqrt{10}}.$$

Т9.10. Найдите значение выражения

$$3^{3\sqrt{3}-1} \cdot 3^{1-\sqrt{3}} : 3^{2\sqrt{3}-1}.$$

Вариант 2

Т9.1. Найдите значение выражения

$$11^{\sqrt{11}} \cdot 11^{2-\sqrt{11}}.$$

Т9.2. Найдите значение выражения

$$(10^{\sqrt{3}})^{-\sqrt{3}}.$$

Т9.3. Найдите значение выражения

$$\frac{7^{\sqrt{6}}}{7^{\sqrt{6}-1}}.$$

Т9.4. Найдите значение выражения

$$\frac{3^{\sqrt{7}} \cdot 4^{\sqrt{7}}}{12^{\sqrt{7}-2}}.$$

Т9.5. Найдите значение выражения

$$(6^{\sqrt{51}-7})^{\sqrt{51}+7}.$$

Т9.6. Найдите значение выражения

$$(17^{\frac{\sqrt{6}}{5}})^{\frac{5}{\sqrt{6}}}.$$

Т9.7. Найдите значение выражения

$$(8^{\frac{\sqrt{7}}{6}})^{\frac{6}{3\sqrt{7}}}.$$

Т9.8. Найдите значение выражения

$$\frac{13^{\sqrt{13}+1}}{13^{\sqrt{13}-1}}.$$

Т9.9. Найдите значение выражения

$$11^{1-\sqrt{11}} \cdot 11^{1+\sqrt{11}}.$$

Т9.10. Найдите значение выражения

$$5^{4\sqrt{2}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{2}} : 5^{3\sqrt{2}-1}.$$

Ответы:

Т9.1

Т9.2

Т9.3

Т9.4

Т9.5

Т9.6

Т9.7

Т9.8

Т9.9

Т9.10

Образец написания:

Ответы:

T10.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T10.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 10

Вариант 1

T10.1. Найдите значение выражения

$$x + 5^{2x+1} \cdot 25^{-x} \quad \text{при } x = 7.$$

T10.2. Найдите значение выражения

$$x \cdot 7^{2x-3} \cdot 49^{2-x} \quad \text{при } x = 4.$$

T10.3. Найдите значение выражения

$$(b^{\sqrt{2}})^{2\sqrt{2}} \quad \text{при } b = 2.$$

T10.4. Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{5}})^{2\sqrt{5}}}{b^{12}} \quad \text{при } b = 0,5.$$

T10.5. Найдите значение выражения

$$\frac{b^{\sqrt{7}+7}}{b^{\sqrt{7}+8}} \quad \text{при } b = 0,2.$$

T10.6. Найдите значение выражения

$$(b^{\sqrt{3}+2})^{\sqrt{3}-2} \quad \text{при } b = 0,4.$$

T10.7. Найдите значение выражения

$$x + 6^{2x+1} : 36^x \quad \text{при } x = 5.$$

T10.8. Найдите значение выражения

$$x : 5^{2x+1} \cdot 25^{x-1} \quad \text{при } x = 25.$$

T10.9. Найдите значение выражения

$$\frac{f(x-7)}{f(x-6)}, \quad \text{если } f(x) = 5^x.$$

T10.10. Найдите значение выражения

$$g(x-7) \cdot g(7,5-x), \quad \text{если } g(x) = 25^x.$$

Вариант 2

T10.1. Найдите значение выражения

$$x + 2^{3x+2} \cdot 8^{-x} \quad \text{при } x = 6.$$

T10.2. Найдите значение выражения

$$x \cdot 6^{4x-5} \cdot 36^{3-2x} \quad \text{при } x = 8.$$

T10.3. Найдите значение выражения

$$(b^{2\sqrt{3}})^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad \text{при } b = 3.$$

T10.4. Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{2\sqrt{6}})^{\sqrt{6}}}{b^{14}} \quad \text{при } b = 0,1.$$

T10.5. Найдите значение выражения

$$\frac{b^{\sqrt{11}+11}}{b^{\sqrt{11}+12}} \quad \text{при } b = 0,4.$$

T10.6. Найдите значение выражения

$$(b^{\sqrt{15}+4})^{\sqrt{15}-4} \quad \text{при } b = 0,8.$$

T10.7. Найдите значение выражения

$$3x + 5^{4x+1} : 25^{2x} \quad \text{при } x = 4.$$

T10.8. Найдите значение выражения

$$x : 2^{2x+3} \cdot 4^{x-2} \quad \text{при } x = 64.$$

T10.9. Найдите значение выражения

$$\frac{f(x-9)}{f(x-8)}, \quad \text{если } f(x) = 4^x.$$

T10.10. Найдите значение выражения

$$g(x-6) \cdot g(6,5-x), \quad \text{если } g(x) = 36^x.$$

Ответы:

T10.1

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.2

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.3

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.4

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.5

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.6

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.7

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.8

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.9

--	--	--	--	--	--	--	--

T10.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

**Действия с логарифмами
и логарифмическими выражениями.
Решения задач 11 и 12
варианта 1 диагностической работы**

При повторении темы «Преобразование логарифмических выражений» (задачи 11 и 12 диагностических работ) следует вспомнить ряд основных формул, связанных с логарифмами:

$$\begin{aligned}a^{\log_a b} &= b & (a > 0, a \neq 1, b > 0), \\ \log_c a + \log_c b &= \log_c(ab) & (a > 0, b > 0, c > 0, c \neq 1), \\ \log_c a - \log_c b &= \log_c \frac{a}{b} & (a > 0, b > 0, c > 0, c \neq 1), \\ \log_c a^b &= b \log_c a & (a > 0, c > 0, c \neq 1), \\ \log_{c^d} a &= \frac{1}{d} \log_c a & (a > 0, c > 0, c \neq 1, d \neq 0), \\ \log_b a &= \frac{\log_c a}{\log_c b} & (a > 0, b > 0, c > 0, b \neq 1, c \neq 1)\end{aligned}$$

и, в частности,

$$\begin{aligned}\log_a b &= \frac{1}{\log_b a} & (a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1), \\ a^{\log_c b} &= b^{\log_c a} & (a > 0, b > 0, c > 0, c \neq 1).\end{aligned}$$

Большинство заданий на преобразование логарифмических выражений и вычисление их значений можно отнести к одной из следующих групп:

— упражнения на непосредственное использование определения и свойств логарифмов,

— упражнения на вычисление значения логарифмического выражения по данному значению другого выражения или логарифма.

Так, например, для того чтобы найти значение выражения $(6^{\log_7 67})^{\log_6 7}$, достаточно воспользоваться свойством степеней $(a^b)^c = (a^c)^b$ и преобразовать данное выражение так:

$$(6^{\log_7 67})^{\log_6 7} = (6^{\log_6 7})^{\log_7 67} = 7^{\log_7 67} = 67.$$

11. Найдите значение выражения

$$11 \cdot 6^{\log_6 2}.$$

Решение. Применив основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$, получим $11 \cdot 6^{\log_6 2} = 11 \cdot 2 = 22$.

Ответ: 22.

12. Найдите значение выражения

$$\log_a(ab^3),$$

если $\log_b a = \frac{1}{7}$.

Решение. Из условия следует, что a и b — положительные числа, отличные от 1. Поскольку логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел по тому же основанию, получим

$$\log_a(ab^3) = \log_a a + \log_a b^3 = 1 + \log_a b^3.$$

Последовательно применяя формулы

$$\log_c a^b = b \log_c a \quad \text{и} \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a},$$

находим

$$1 + \log_a b^3 = 1 + 3 \log_a b = 1 + 3 \cdot \frac{1}{\log_b a}.$$

По условию $\log_b a = \frac{1}{7}$, значит, искомое значение равно $1 + 3 \cdot 7 = 22$.

Ответ: 22.

Ответы:

T11.1

T11.2

T11.3

T11.4

T11.5

T11.6

T11.7

T11.8

T11.9

T11.10

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 11

Вариант 1

T11.1. Найдите значение выражения

$$\log_6 0,9 + \log_6 40.$$

T11.2. Найдите значение выражения

$$\log_7 4,9 - \log_7 0,1.$$

T11.3. Найдите значение выражения

$$12 \cdot 7^{\log_7 3}.$$

T11.4. Найдите значение выражения

$$9^{\log_3 2}.$$

T11.5. Вычислите значение выражения $\log_9 27$.

T11.6. Вычислите значение выражения

$$(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}.$$

T11.7. Вычислите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{6}} 36.$$

T11.8. Вычислите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{7}} \sqrt{7}.$$

T11.9. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_5 36}{\log_5 6}.$$

T11.10. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_{25} 7}{\log_5 7}.$$

Вариант 2

T11.1. Найдите значение выражения

$$\log_6 0,3 + \log_6 120.$$

T11.2. Найдите значение выражения

$$\lg 2 - \lg 0,2.$$

T11.3. Найдите значение выражения

$$17 \cdot 11^{\log_{11} 2}.$$

T11.4. Найдите значение выражения

$$49^{\log_7 3}.$$

T11.5. Вычислите значение выражения

$$\log_{16} 8.$$

T11.6. Вычислите значение выражения

$$(7^{\log_5 6})^{\log_6 5}.$$

T11.7. Вычислите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{7}} 49.$$

T11.8. Вычислите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{6}} \sqrt{6}.$$

T11.9. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_7 121}{\log_7 11}.$$

T11.10. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_{36} 5}{\log_6 5}.$$

Ответы:

T11.1

T11.2

T11.3

T11.4

T11.5

T11.6

T11.7

T11.8

T11.9

T11.10

Образец написания:

Ответы:

T12.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T12.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 12

Вариант 1

T12.1. Найдите $\log_a(ab)$, если $\log_a b = 5$.

T12.2. Найдите $\log_a \frac{b}{a}$, если $\log_a b = -4$.

T12.3. Найдите $\log_a(ab)$, если $\log_b a = \frac{1}{6}$.

T12.4. Найдите $\log_a \frac{a}{b}$, если $\log_b a = \frac{1}{3}$.

T12.5. Найдите $\log_a(ab^3)$, если $\log_a b = -2$.

T12.6. Найдите $\log_a \frac{a}{b^5}$, если $\log_a b = 3$.

T12.7. Найдите $\log_a \frac{a^3}{b^7}$, если $\log_b a = 7$.

T12.8. Найдите значение выражения

$$\log_a(a\sqrt{b}), \quad \text{если } \log_b a = \frac{1}{7}.$$

T12.9. Найдите значение выражения

$$\log_a \sqrt[5]{\frac{a}{b}}, \quad \text{если } \log_a b = 6.$$

T12.10. Найдите значение выражения

$$\log_a \sqrt[3]{a^2 b}, \quad \text{если } \log_b a = \frac{1}{7}.$$

Вариант 2

T12.1. Найдите $\log_a(a^2b)$, если $\log_a b = 6$.

T12.2. Найдите $\log_a \frac{b^2}{a}$, если $\log_a b = -3$.

T12.3. Найдите $\log_a(ab^2)$, если $\log_b a = \frac{1}{3}$.

T12.4. Найдите $\log_a \frac{a^2}{b}$, если $\log_b a = \frac{1}{7}$.

T12.5. Найдите $\log_a(a^2b^3)$, если $\log_a b = -3$.

T12.6. Найдите $\log_a \frac{a^4}{b^3}$, если $\log_a b = 2$.

T12.7. Найдите $\log_a \frac{a}{b^9}$, если $\log_b a = 6$.

T12.8. Найдите значение выражения

$$\log_a(b\sqrt{a}), \quad \text{если } \log_b a = \frac{1}{9}.$$

T12.9. Найдите значение выражения

$$\log_a \sqrt[10]{\frac{a}{b}}, \quad \text{если } \log_a b = 11.$$

T12.10. Найдите значение выражения

$$\log_a \sqrt[5]{a^4b^3}, \quad \text{если } \log_b a = -\frac{1}{3}.$$

Ответы:

T12.1

T12.2

T12.3

T12.4

T12.5

T12.6

T12.7

T12.8

T12.9

T12.10

Образец написания:

Ответы:

Д1.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 1

Вариант 1

Д1.1. Найдите значение выражения

$$(432^2 - 568^2) : 1000.$$

Д1.2. Найдите значение выражения

$$b^5 : b^9 \cdot b^6 \quad \text{при } b = 0,01.$$

Д1.3. Найдите значение выражения

$$\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}.$$

Д1.4. Найдите значение выражения

$$a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right) \quad \text{при } a = 36,7.$$

Д1.5. Найдите значение выражения

$$(7 - 2\sqrt{3})(7 + 2\sqrt{3}).$$

Д1.6. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}} \quad \text{при } a = 0,4.$$

Д1.7. Найдите значение выражения

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}.$$

Д1.8. Найдите

$$4 \sin \left(\frac{5\pi}{2} + \alpha \right), \quad \text{если } \sin \alpha = -0,6 \text{ и } \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2} \right).$$

Д1.9. Найдите значение выражения

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}.$$

Д1.10. Найдите значение выражения

$$7^{2x-1} : 49^x : x \quad \text{при } x = \frac{1}{14}.$$

Диагностическая работа 1

Д1.11. Вычислите значение выражения $\log_4 8$.

Д1.12. Найдите

$$\log_a \frac{a}{b^3}, \quad \text{если } \log_a b = 5.$$

Вариант 2

Д1.1. Найдите значение выражения

$$(446^2 - 554^2) : 1000.$$

Д1.2. Найдите значение выражения

$$b^4 : b^7 \cdot b^2 \quad \text{при } b = 0,02.$$

Д1.3. Найдите значение выражения

$$\frac{32,1 \cdot 0,654}{3,21 \cdot 65,4}.$$

Д1.4. Найдите значение выражения

$$a(9a^2 - 100) \left(\frac{1}{3a+10} - \frac{1}{3a-10} \right) \quad \text{при } a = 3,45.$$

Д1.5. Найдите значение выражения

$$(4 - 3\sqrt{2}) (4 + 3\sqrt{2}).$$

Д1.6. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{6,6}}{a^{7,6}} \quad \text{при } a = 0,8.$$

Д1.7. Найдите значение выражения

$$\frac{7 \sin 96^\circ}{\sin 48^\circ \cdot \sin 42^\circ}.$$

Д1.8. Найдите

$$6 \sin \left(\frac{7\pi}{2} + \alpha \right), \quad \text{если } \sin \alpha = -0,8 \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right).$$

Д1.9. Найдите значение выражения

$$8^{5\sqrt{6}-1} \cdot 8^{1-2\sqrt{6}} : 8^{3\sqrt{6}-2}.$$

Ответы:

Д1.11

Д1.12

Д1.1

Д1.2

Д1.3

Д1.4

Д1.5

Д1.6

Д1.7

Д1.8

Д1.9

Образец написания:

Ответы:

Д1.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д1.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 1

Д1.10. Найдите значение выражения

$$6^{2x-1} : 36^x : x \quad \text{при } x = \frac{1}{18}.$$

Д1.11. Вычислите значение выражения $\log_{32} 16$.

Д1.12. Найдите

$$\log_a \frac{a}{b^6}, \quad \text{если } \log_a b = \frac{1}{2}.$$

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 2

Вариант 1

Д2.1. Найдите значение выражения

$$(5^{12})^3 : 5^{37}.$$

Д2.2. Найдите значение выражения

$$(4b)^3 : b^9 \cdot b^5 \quad \text{при } b = 128.$$

Д2.3. Найдите значение выражения

$$\left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70}.$$

Д2.4. Найдите значение выражения

$$(9b^2 - 49) \left(\frac{1}{3b-7} - \frac{1}{3b+7} \right) + b - 13 \quad \text{при } b = 345.$$

Д2.5. Выполните действия:

$$\frac{(8\sqrt{11})^2}{88}.$$

Д2.6. Найдите значение выражения

$$b^{\frac{1}{3}} \cdot (b^{\frac{5}{6}})^2 \quad \text{при } b = 4.$$

Д2.7. Найдите значение выражения

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}.$$

Д2.8. Найдите

$$-3 \sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right), \quad \text{если } \sin \alpha = -\frac{1}{8}.$$

Д2.9. Найдите значение выражения

$$2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}}.$$

Д2.10. Найдите значение выражения

$$x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x} \quad \text{при } x = 5.$$

Ответы:

Д2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д2.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 2

Д2.11. Вычислите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11}.$$

Д2.12. Найдите

$$\log_a(a^2b^3), \quad \text{если } \log_a b = -2.$$

Вариант 2

Д2.1. Найдите значение выражения

$$(2^{22})^4 : 2^{89}.$$

Д2.2. Найдите значение выражения

$$(3b)^4 : b^{11} \cdot b^6 \quad \text{при } b = 162.$$

Д2.3. Найдите значение выражения

$$(7\frac{5}{7} - 7,5) : \frac{1}{42}.$$

Д2.4. Найдите значение выражения

$$(49b^2 - 9) \left(\frac{1}{7b-3} - \frac{1}{7b+3} \right) + b - 5 \quad \text{при } b = 542.$$

Д2.5. Выполните действия:

$$\frac{(7\sqrt{13})^2}{91}.$$

Д2.6. Найдите значение выражения

$$b^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(b^{\frac{7}{8}}\right)^4 \quad \text{при } b = 7.$$

Д2.7. Найдите значение выражения

$$\frac{3 \cos 2^\circ}{\sin 44^\circ \cdot \sin 46^\circ}.$$

Д2.8. Найдите

$$-5 \cos(\pi + \alpha) - 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right), \quad \text{если } \cos \alpha = -\frac{1}{7}.$$

Д2.9. Найдите значение выражения

$$3^{3\sqrt{5}-2} \cdot 2^{72-\sqrt{5}}.$$

Диагностическая работа 2

Д2.10. Найдите значение выражения

$$5x \cdot 2^{2x+3} \cdot 4^{-x} \quad \text{при } x = 3.$$

Д2.11. Вычислите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt[4]{13}.$$

Д2.12. Найдите

$$\log_a(a^3b^2), \quad \text{если } \log_a b = -5.$$

Ответы:

Д2.10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.11

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Д2.12

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д3.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 3

Вариант 1

Д3.1. Найдите значение выражения

$$(49^6)^3 : (7^7)^5.$$

Д3.2. Найдите значение выражения

$$(2a^3)^4 : (2a^{11}) \quad \text{при } a = 11.$$

Д3.3. Найдите значение выражения

$$\left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6}.$$

Д3.4. Найдите значение выражения

$$\frac{a+6b}{a+b}, \quad \text{если } \frac{a}{b} = 4.$$

Д3.5. Найдите значение выражения

$$\sqrt{101^2 - 20^2}.$$

Д3.6. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[9]{a} \sqrt[18]{a}}{a \sqrt[6]{a}} \quad \text{при } a = 1,25.$$

Д3.7. Найдите значение выражения

$$6\sqrt{3} \cdot \cos(-330^\circ).$$

Д3.8. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Д3.9. Найдите значение выражения

$$\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}}.$$

Д3.10. Найдите значение выражения

$$\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3} \quad \text{при } b = 6.$$

Диагностическая работа 3

Д3.11. Найдите значение выражения

$$\log_9 8,1 + \log_9 10.$$

Д3.12. Найдите

$$\log_a(a^3b), \quad \text{если } \log_a b = -7.$$

Вариант 2

Д3.1. Найдите значение выражения

$$(36^2)^9 : (6^5)^7.$$

Д3.2. Найдите значение выражения

$$(3a^5)^3 : (3a^{14}) \quad \text{при } a = 8.$$

Д3.3. Найдите значение выражения

$$\left(5\frac{1}{7} - 2,4\right) \cdot 2\frac{11}{12}.$$

Д3.4. Найдите значение выражения

$$\frac{5a+b}{a+b}, \quad \text{если } \frac{a}{b} = 3.$$

Д3.5. Найдите значение выражения

$$\sqrt{125^2 - 44^2}.$$

Д3.6. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[24]{a} \sqrt[48]{a}}{a \sqrt[16]{a}} \quad \text{при } a = 2,5.$$

Д3.7. Найдите значение выражения

$$3\sqrt{2} \cdot \sin(-315^\circ).$$

Д3.8. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{37}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Д3.9. Найдите значение выражения

$$\frac{0,2\sqrt{13}-2}{5-\sqrt{13}}.$$

Ответы:

Д3.11

Д3.12

Д3.1

Д3.2

Д3.3

Д3.4

Д3.5

Д3.6

Д3.7

Д3.8

Д3.9

Образец написания:

Ответы:

Д3.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д3.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 3

Д3.10. Найдите значение выражения

$$\frac{b^{4\sqrt{5}+3}}{(b^{\sqrt{5}})^4} \quad \text{при } b = 4.$$

Д3.11. Найдите значение выражения

$$\log_7 4,9 + \log_7 10.$$

Д3.12. Найдите

$$\log_a(ab^3), \quad \text{если } \log_a b = -8.$$

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 4

Вариант 1

Д4.1. Найдите значение выражения

$$2^{30} : 6^{31} \cdot 3^{32}.$$

Д4.2. Найдите значение выражения

$$6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4 \quad \text{при } x = 75.$$

Д4.3. Найдите значение выражения

$$4\frac{4}{9} : \frac{4}{9}.$$

Д4.4. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{13} \cdot a^{-18}}{a^{-7}} \quad \text{при } a = 9.$$

Д4.5. Найдите значение выражения

$$\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}.$$

Д4.6. Найдите значение выражения

$$\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4 \quad \text{при } x = 3.$$

Д4.7. Найдите значение выражения

$$\frac{5 \cos 33^\circ}{\sin(-57^\circ)}.$$

Д4.8. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Д4.9. Найдите значение выражения

$$\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}.$$

Д4.10. Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4} \quad \text{при } b = 5.$$

Ответы:

Д4.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д4.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 4

Д4.11. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_{11} 17}{\log_{121} 17}.$$

Д4.12. Найдите значение выражения

$$\log_a \sqrt[3]{\frac{a}{b}}, \quad \text{если } \log_b a = -\frac{1}{8}.$$

Вариант 2

Д4.1. Найдите значение выражения

$$4^{40} : 20^{41} \cdot 5^{42}.$$

Д4.2. Найдите значение выражения

$$3x \cdot (4x^{12})^4 : (4x^{16})^3 \quad \text{при } x = 50.$$

Д4.3. Найдите значение выражения

$$8\frac{8}{9} : \frac{8}{9}.$$

Д4.4. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{15} \cdot a^{-21}}{a^{-8}} \quad \text{при } a = 8.$$

Д4.5. Найдите значение выражения

$$\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[6]{25}.$$

Д4.6. Найдите значение выражения

$$\frac{9\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}} + \frac{7\sqrt{x}}{x} + 2x - 7 \quad \text{при } x = 3.$$

Д4.7. Найдите значение выражения

$$\frac{4 \sin 37^\circ}{\cos(-53^\circ)}.$$

Д4.8. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Д4.9. Найдите значение выражения

$$\frac{5^{\sqrt{7}} \cdot 8^{\sqrt{7}}}{40^{\sqrt{7}-2}}.$$

Диагностическая работа 4

Д4.10. Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{5}})^{3\sqrt{5}}}{b^{12}} \quad \text{при } b = 3.$$

Д4.11. Найдите значение выражения

$$\frac{\log_{12} 13}{\log_{144} 13}.$$

Д4.12. Найдите значение выражения

$$\log_a \sqrt[5]{\frac{a}{b}}, \quad \text{если } \log_b a = -\frac{1}{6}.$$

Ответы:

Д4.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д4.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

Д5.1

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.2

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.3

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.4

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.5

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.6

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.7

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.8

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа 5

Вариант 1

Д5.1. Найдите значение выражения

$$5^{12} : 8^{24} : 5^{11} \cdot 8^{25}.$$

Д5.2. Найдите значение выражения

$$(2a)^3 : a^7 \cdot a^5 \quad \text{при } a = 1,5.$$

Д5.3. Найдите значение выражения

$$\frac{57^2 - 0,57^2}{57,57}.$$

Д5.4. Найдите значение выражения

$$\frac{(3x)^3 \cdot x^{-11}}{x^{-7} \cdot 2x^{-2}} \quad \text{при } x = 4.$$

Д5.5. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}.$$

Д5.6. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{81 \sqrt[7]{b}}}{b \cdot \sqrt[14]{b}} \quad \text{при } b = 5.$$

Д5.7. Найдите значение выражения

$$4\sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{4} \cos \frac{5\pi}{3}.$$

Д5.8. Найдите значение выражения

$$\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}, \quad \text{если } \operatorname{tg} \alpha = 3.$$

Д5.9. Найдите значение выражения

$$\left(3^{\sqrt{7}} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{\sqrt{5}} \right)^{\sqrt{7} + \sqrt{5}}.$$

Д5.10. Найдите значение выражения

$$\frac{9^{x+11} \cdot 2^{3x+8}}{3^{2x+21} \cdot 4^{x+4}} \quad \text{при } x = 2.$$

Д5.11. Найдите значение выражения

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25.$$

Д5.12. Найдите значение выражения

$$\log_c \frac{a^4}{b^5}, \quad \text{если } \log_a c = 4, \log_c b = 3.$$

Вариант 2

Д5.1. Найдите значение выражения

$$6^{17} : 7^{27} : 6^{16} \cdot 7^{28}.$$

Д5.2. Найдите значение выражения

$$(3a)^2 : a^9 \cdot a^6 \quad \text{при } a = 6.$$

Д5.3. Найдите значение выражения

$$\frac{78^2 - 0,78^2}{78,78}.$$

Д5.4. Найдите значение выражения

$$\frac{(2x)^4 \cdot x^{-13}}{x^{-7} \cdot 3x^{-3}} \quad \text{при } x = 9.$$

Д5.5. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[15]{5} \sqrt[30]{5}}{\sqrt[10]{5}}.$$

Д5.6. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{49 \sqrt[9]{b}}}{b^{18} \sqrt[9]{b}} \quad \text{при } b = 2.$$

Д5.7. Найдите значение выражения

$$6\sqrt{6} \sin \frac{7\pi}{4} \sin \frac{7\pi}{3}.$$

Д5.8. Найдите значение выражения

$$\frac{4 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}{5 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}, \quad \text{если } \operatorname{tg} \alpha = 4.$$

Ответы:

Д5.11

Д5.12

Д5.1

Д5.2

Д5.3

Д5.4

Д5.5

Д5.6

Д5.7

Д5.8

Образец написания:

Ответы:

Д5.9

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.10

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.11

--	--	--	--	--	--	--	--

Д5.12

--	--	--	--	--	--	--	--

Диагностическая работа 5

Д5.9. Найдите значение выражения

$$\left(7^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{5}+\sqrt{3}}.$$

Д5.10. Найдите значение выражения

$$\frac{49^{x+6} \cdot 5^{5x+6}}{7^{2x+11} \cdot 25^{2x+3}} \quad \text{при } x = -1.$$

Д5.11. Найдите значение выражения

$$\log_{0,4} 5 \cdot \log_5 2,5.$$

Д5.12. Найдите значение выражения

$$\log_c \frac{a^5}{b^7}, \quad \text{если } \log_a c = 5, \log_c b = 4.$$

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы

Диагностическая работа

Вариант 1. 1. 108. 2. 270. 3. 7. 4. 25. 5. 91. 6. 49. 7. 11. 8. -3. 9. 49. 10. 64. 11. 22. 12. 22.

Вариант 2. 1. 750. 2. 100. 3. 19,6. 4. 0,4. 5. 143. 6. 36. 7. 6. 8. -4. 9. 27. 10. 81. 11. 39. 12. 31.

Тренировочная работа 1 (Т1)

Вариант 1. 1. 577 000. 2. -7900. 3. -6. 4. 1000. 5. 49. 6. 25. 7. 180. 8. 36. 9. 7. 10. 36.

Вариант 2. 1. 987 000. 2. -6700. 3. -8. 4. 1000. 5. 36. 6. 49. 7. 245. 8. 75. 9. 9. 10. 400.

Тренировочная работа 2 (Т2)

Вариант 1. 1. -2801. 2. 133. 3. 610. 4. -1102. 5. 22 000. 6. 10. 7. 500. 8. 0,1. 9. 135. 10. 79.

Вариант 2. 1. -2799. 2. 351. 3. 708. 4. -1218. 5. 90 000. 6. 5. 7. 990. 8. 0,01. 9. 96. 10. 97.

Тренировочная работа 3 (Т3)

Вариант 1. 1. 23. 2. 41,58. 3. 76. 4. -1432. 5. 7. 6. 8. 7. 8. 8. 2. 9. 49. 10. 144.

Вариант 2. 1. 34. 2. 23,76. 3. 67. 4. -1534. 5. 8. 6. 10. 7. 2. 8. 3. 9. 36. 10. 224.

Тренировочная работа 4 (Т4)

Вариант 1. 1. 0,25. 2. 25. 3. 100. 4. 3. 5. -6,4. 6. 24,4. 7. 181. 8. 2. 9. -1400. 10. 130.

Вариант 2. 1. 0,04. 2. 100. 3. 50. 4. 2. 5. -7,2. 6. 44,2. 7. 211. 8. 3. 9. -320. 10. 650.

Тренировочная работа 5 (Т5)

Вариант 1. 1. 96. 2. 7. 3. 9. 4. 17. 5. 1. 6. 0,6. 7. 4. 8. 6. 9. 3. 10. 28.

Вариант 2. 1. 84. 2. 24. 3. 7. 4. 7. 5. 0,5. 6. 0,7. 7. 6. 8. 7. 9. 6. 10. 36.

Тренировочная работа 6 (Т6)

Вариант 1. 1. 25. 2. 9. 3. 36. 4. 16. 5. 36. 6. 81. 7. 5. 8. 36. 9. 14. 10. 1,4.

Вариант 2. 1. 36. 2. 16. 3. 49. 4. 12. 5. 63. 6. 121. 7. 10. 8. 64. 9. 18. 10. 2,25.

Тренировочная работа 7 (Т7)

Вариант 1. 1. -3. 2. -9. 3. -4. 4. -8. 5. -4. 6. 22. 7. -6. 8. 6. 9. 28. 10. 0,5.

Вариант 2. 1. -12. 2. 6. 3. -3. 4. -4. 5. -3. 6. 17,5. 7. -8. 8. -2. 9. 24. 10. 0,25.

Тренировочная работа 8 (Т8)

Вариант 1. 1. -10. 2. -12. 3. -16. 4. -14. 5. 5. 6. 6. 7. 4. 8. 2. 9. -2. 10. -24.

Вариант 2. 1. -36. 2. -20. 3. -15. 4. 96. 5. 6. 6. 4,8. 7. 0,5. 8. 6. 9. -2. 10. -4,8.

Тренировочная работа 9 (Т9)

Вариант 1. 1. 36. 2. 0,04. 3. 6. 4. 100. 5. 49. 6. 16. 7. 3. 8. 121. 9. 16. 10. 3.

Вариант 2. 1. 121. 2. 0,001. 3. 7. 4. 144. 5. 36. 6. 17. 7. 2. 8. 169. 9. 121. 10. 5.

Ответы

Тренировочная работа 10 (Т10)

Вариант 1. 1. 12. 2. 28. 3. 16. 4. 4. 5. 5. 6. 2,5. 7. 11. 8. 0,2. 9. 0,2. 10. 5.

Вариант 2. 1. 10. 2. 48. 3. 27. 4. 100. 5. 2,5. 6. 1,25. 7. 17. 8. 0,5. 9. 0,25. 10. 6.

Тренировочная работа 11 (Т11)

Вариант 1. 1. 2. 2. 2. 3. 36. 4. 4. 5. 1,5. 6. 3. 7. -2. 8. -0,5. 9. 2. 10. 0,5.

Вариант 2. 1. 2. 2. 1. 3. 34. 4. 9. 5. 0,75. 6. 7. 7. -2. 8. -0,5. 9. 2. 10. 0,5.

Тренировочная работа 12 (Т12)

Вариант 1. 1. 6. 2. -5. 3. 7. 4. -2. 5. -5. 6. -14. 7. 2. 8. 4,5. 9. -1. 10. 3.

Вариант 2. 1. 8. 2. -7. 3. 7. 4. -5. 5. -7. 6. -2. 7. -0,5. 8. 9,5. 9. -1. 10. -1.

Диагностическая работа 1 (Д1)

Вариант 1. 1. -136. 2. 0,0001. 3. 10. 4. -367. 5. 37. 6. 2,5. 7. 10. 8. -3,2. 9. 5. 10. 2. 11. 1,5. 12. -14.

Вариант 2. 1. -108. 2. 50. 3. 0,1. 4. -69. 5. -2. 6. 1,25. 7. 14. 8. -3,6. 9. 64. 10. 3. 11. 0,8. 12. -11.

Диагностическая работа 2 (Д2)

Вариант 1. 1. 0,2. 2. 0,5. 3. 5. 4. 346. 5. 8. 6. 16. 7. 10. 8. 0,5. 9. 4. 10. 15. 11. -0,5. 12. -4.

Вариант 2. 1. 0,5. 2. 0,5. 3. 9. 4. 543. 5. 7. 6. 49. 7. 6. 8. -1. 9. 81. 10. 120. 11. -0,25. 12. -7.

Диагностическая работа 3 (Д3)

Вариант 1. 1. 7. 2. 88. 3. 8. 4. 2. 5. 99. 6. 0,8. 7. 9. 8. 5. 9. 2. 10. 36. 11. 2. 12. -4.

Вариант 2. 1. 6. 2. 72. 3. 8. 4. 4. 5. 117. 6. 0,4. 7. 3. 8. 6. 9. 25. 10. 64. 11. 2. 12. -23.

Диагностическая работа 4 (Д4)

Вариант 1. 1. 1,5. 2. 150. 3. 10. 4. 81. 5. 7. 6. 12. 7. -5. 8. -1,5. 9. 42. 10. 25. 11. 2. 12. 3.

Вариант 2. 1. 1,25. 2. 600. 3. 10. 4. 64. 5. 5. 6. 8. 7. 4. 8. -2,5. 9. 1600. 10. 27. 11. 2. 12. 1,4.

Диагностическая работа 5 (Д5)

Вариант 1. 1. 40. 2. 12. 3. 56,43. 4. 54. 5. 1. 6. 1,8. 7. -2. 8. -9. 9. 9. 10. 12. 11. -1. 12. -14.

Вариант 2. 1. 42. 2. 1,5. 3. 77,22. 4. 48. 5. 1. 6. 3,5. 7. -9. 8. -0,5. 9. 49. 10. 1,4. 11. -1. 12. -27.

Содержание

От редактора серии	3
Введение	4
Диагностическая работа	6
Действия с целыми числами, натуральными степенями и целыми рациональными выражениями. Решения задач 1 и 2 варианта 1 диагностической работы	9
Тренировочная работа 1	12
Тренировочная работа 2	14
Действия с дробями, целыми степенями и дробно-рациональными выражениями. Решения задач 3 и 4 варианта 1 диагностической работы	16
Тренировочная работа 3	19
Тренировочная работа 4	21
Действия с корнями, дробными степенями и иррациональными выражениями. Решения задач 5 и 6 варианта 1 диагностической работы	23
Тренировочная работа 5	25
Тренировочная работа 6	27
Тригонометрические выражения. Решения задач 7 и 8 варианта 1 диагностической работы	29
Тренировочная работа 7	31
Тренировочная работа 8	33
Действия с действительными степенями и показательными выражениями. Решения задач 9 и 10 варианта 1 диагностической работы	35
Тренировочная работа 9	36
Тренировочная работа 10	38
Действия с логарифмами и логарифмическими выражениями. Решения задач 11 и 12 варианта 1 диагностической работы	40
Тренировочная работа 11	42
Тренировочная работа 12	44
Диагностическая работа 1	46
Диагностическая работа 2	49
Диагностическая работа 3	52
Диагностическая работа 4	55
Диагностическая работа 5	58
Ответы	61

Учебно-методическое пособие

Сергей Алексеевич Шестаков

ЕГЭ 2019. МАТЕМАТИКА. ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ. ЗАДАЧА 9 (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ).
ЗАДАЧИ 2 И 5 (БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ). РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Под редакцией И. В. Яценко

Подписано в печать 07.08.2018 г. Формат 70 × 90 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Печ. л. 4. Тираж 3000 экз. Заказ № .

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.

119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–08–04.

arvato
BERTELSMANN

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного электронного
оригинал-макета в ООО «Ярославский полиграфический комбинат».
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97.

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,
Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (495) 745–80–31. E-mail: biblio@mcsme.ru
